Муниципальное учреждение дополнительного образования
«Малая академия» муниципального образования город Краснодар

КОНФЕРЕНЦИЯ «НОВОЕ КАЧЕСТВО ОБРАЗОВАНИЯ: ПСИХОЛОГИЗАЦИЯ, ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЯ, ТЕХНОЛОГИЗАЦИЯ»

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA ПРИ РЕШЕНИИ СЛОЖНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

***Лесниченко Наталья Владимировна*,**

педагог дополнительного образования

МУ ДО «Малая академия»

26 апреля 2023 г.

Геометрия была одним из основных предметов обучения во все времена, так в Древней Греции слова математика и геометрия были фактически синонимами, а многие теоремы геометрии представляют собой одни из самых древних памятников мировой культуры.

- «Геометрия – это феномен общечеловеческой культуры. Человек, не знающий геометрии, не может считаться культурным…Например, некий человек, живущий в Новой Зеландии, вполне может быть культурным, даже если он не знаком с творчеством Пушкина. Но если он не знает теоремы Пифагора, то его право называться культурным очень и очень сомнительно»

  - И.Ф.Шарыгин

Великий Гаусс так гордился тем, что смог построить правильный 17-угольник с помощью циркуля и линейки, что завещал выгравировать его на своем памятнике.

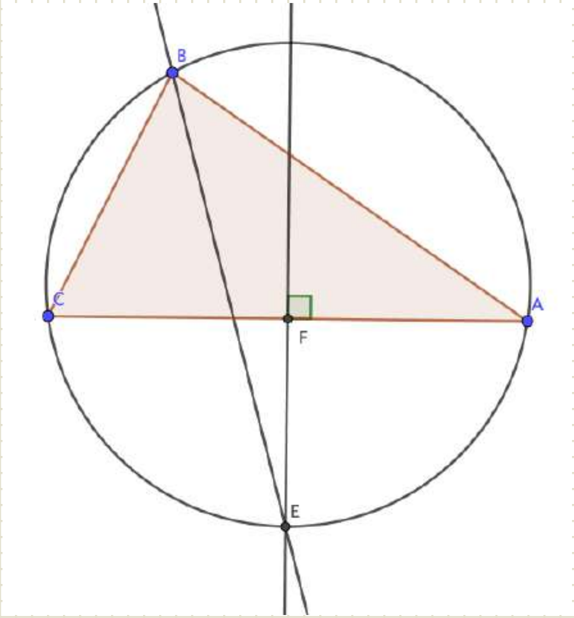
Памятник Гауссу в Брауншвейге с изображенной на нём 17-лучевой звездой

Несколько цитат

- «Вдохновение нужно в геометрии не меньше, чем в поэзии».
- А. С. Пушкин
- «Есть задачи стандартные, нестандартные и по геометрии».
- Математики шутят
- «Если у вас плохое настроение, вы устали, возьмите интересную геометрическую задачу, сделайте большой и красивый чертеж и…Поверьте, хорошая геометрическая задача может прекрасно заменить самого лучшего психотерапевта».
- И.Ф.Шарыгин

- При решении многих достаточно сложных задачах по планиметрии если только ученик понимает, как построить объекты, заданные условием задачи, их взаимосвязь, «жесткость» геометрической конструкции, то он уже почти имеет готовое решение, а ИГС GeoGebra позволяет значительно упростить процесс построения.

Рассмотрим несколько примеров, которые используют один и то же факт: точка пересечение биссектрисы и серединного перпендикуляра неравнобедренного треугольника принадлежит описанной окружности этого треугольника.

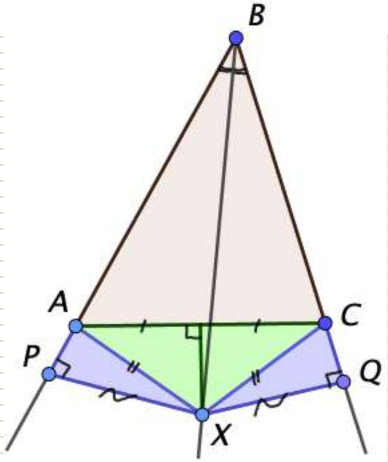


Утверждение. Все треугольники равнобедренные.

"Доказательство". Рассмотрим произвольный неравнобедренный треугольник ABC. Проведём биссектрису из угла B и серединный перпендикуляр к стороне AC, обозначим их точку пересечения за X.

Воспользуемся известным фактом, что точка X — пересечение биссектрисы и серединного перпендикуляра неравнобедренного треугольника принадлежит описанной окружности, то есть не может находится внутри треугольника.

Опустим из неё перпендикуляры XP и XQ на прямые AB и BC соответственно Треугольник AXC равнобедренный, и поэтому

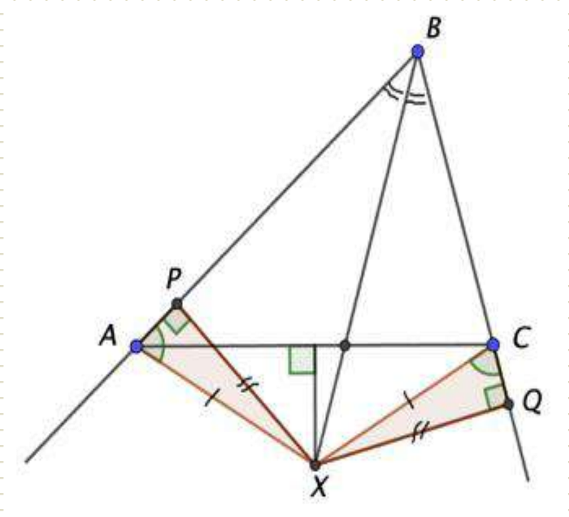


углы XAC и XCA равны. Отрезки XP и XQ равны; также равны между собой отрезки XA и XC.
Получаем, что прямоугольные треугольники AXP и CXQ равны, и равны углы XAP и XCQ.
Мы получили равенство углов
$\angle CAP = \angle CAX + \angle XAP = \angle ACX + \angle XCQ = \angle ACQ$.

На самом деле прямоугольные треугольники AXP и CXQ действительно равны, но их расположение и равенство соответствующих углов никак не влечет равенство углов CAP и ACQ и, как следствие равенство углов BAC и BCA .

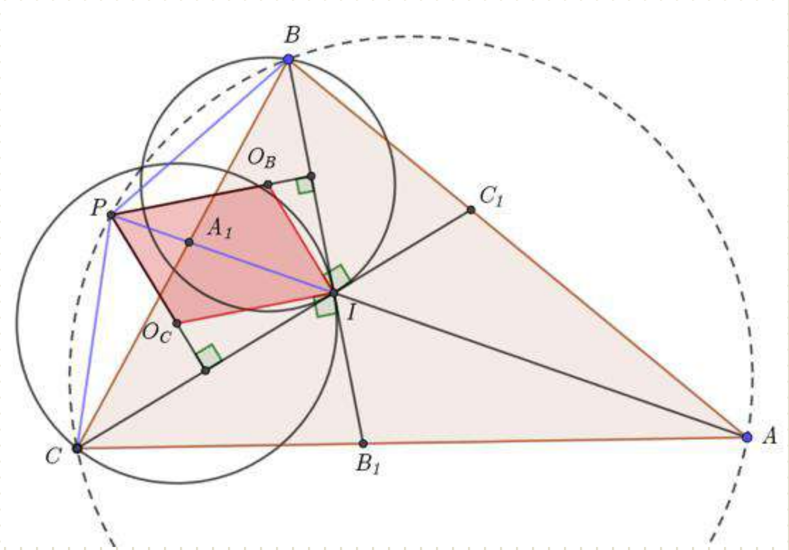
Имеется динамический чертеж, выполненный автором статьи, размещенный на сайте [https://www.geogebra.org/geometry/wmuu7zwg].

Пример взят из курса «Дополнительные главы геометрии. 7 класс» открытой онлайн-платформы Сириус.Курсы.



Задача 1. Окружность ω_B проходит через вершину B треугольника ABC и касается биссектрисы угла C в точке I — центре вписанной окружности треугольника ABC. Аналогично строится окружность ω_C (проходит через C и касается биссектрисы угла B в точке I). Докажите, что центры окружностей ω_B и ω_C равноудалены от биссектрисы угла A.

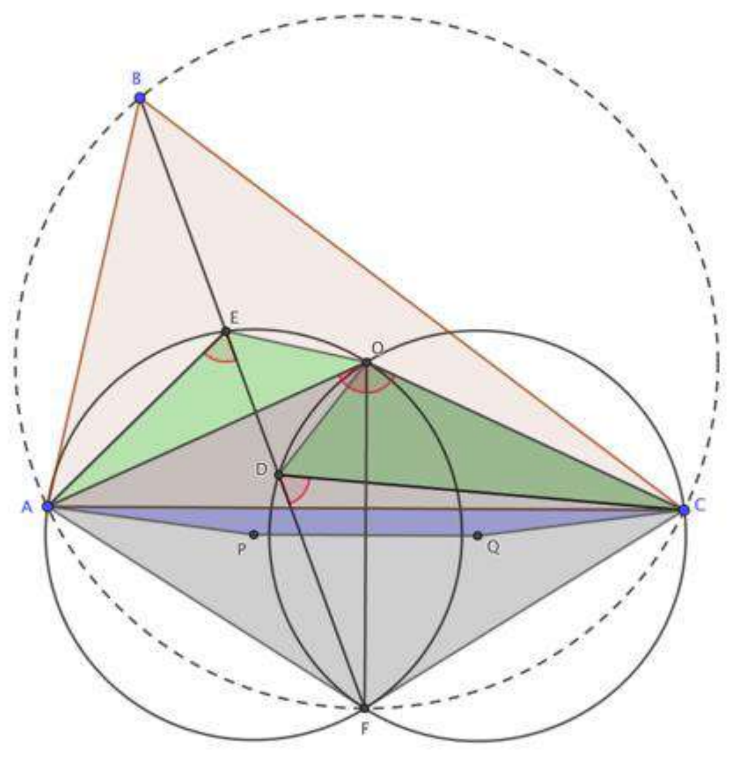
Пусть AA_1, BB_1, CC_1 — биссектрисы треугольника ABC, пересекающиеся в точке I. Поскольку $PO_C \parallel IO_B$ как перпендикуляры к CC_1 , а $PO_B \parallel IO_C$ как перпендикуляры к BB_1 , то PO_CIO_B — параллелограмм, PI его диагональ, а его вершины O_C и O_B равноудалены от диагонали, то есть от биссектрисы угла A, что и требовалось доказать.



Задача 2. Точка O — центр описанной окружности остроугольного неравнобедренного треугольника ABC. На биссектрисе угла ABC внутри треугольника ABC отмечена точка D, а на отрезке BD — точка E так, что AE = BE и BD = CD. Точки P и Q — центры окружностей, описанных около треугольников AOE и COD соответственно. Докажите, что точки A, C, P и Q лежат на одной прямой или на одной окружности (Региональный этап 2023, второй день).

Пусть точка F —пересечение биссектрисы угла B с описанной окружностью треугольника ABC,

тогда она равноудалена от вершин A и C, то есть лежит на серединном перпендикуляре к AC. Обозначим угол B как 2β, тогда угол $AEF=2\beta$ как внешний угол треугольника ABE и угол $AOF=2\beta$ как центральный, то есть четырехугольник $AEOF$—вписанный. Аналогично $CODF$—вписанный. Заметим, что четырехугольник $AOCF$—дельтоид и OF его ось симметрии, тогда окружности, описанные около треугольников AOE и COD, также



описаны около треугольников AOF и COF и их центры P и Q симметричны относительно OF. Тогда либо точки A, C, P и Q лежат на одной прямой или являются вершинами равнобедренной трапеции, то есть лежат на одной окружности, что и требовалось доказать.

Немного истории

Величайший учёный Древнего мира Архимед (ок. 287—212 до н. э.) общепризнанно считается одним из величайших гениев в истории человечества. Его вклад в математику огромен. Имя его овеяно легендами. Люди до сих пор восклицают: «Эврика», — выражая, как Архимед, восторг по поводу своей удачи.

Во время осады города Сиракузы 75-летний Архимед около своего дома размышлял над начерченными на песке чертежами. Бежавший мимо в разгар битвы солдат повредил один из них, за что ученый набросился на него с криками: «Не трогай моих чертежей!». И был жестоко зарублен мечом.

Еще одна версия - гибель Архимеда от рук римских солдат, которые решили ограбить его, приняв блеск измерительных приборов за золото и драгоценные камни. Достоверно известно, что римский полководец Марцелл, осаждающий город, узнав о смерти Архимеда, чрезвычайно огорчился и велел устроить пышные похороны, достойные великого гения, а убийцу казнить. Могила ученого с изображением шара, вписанного в цилиндр, была обнаружена Цицероном почти через 150 лет после описываемых событий, но, к сожалению, не сохранилась до наших дней.