



**Муниципальная олимпиада
«Формула победы»
для обучающихся 4-6 классов
2023-2024 учебного года
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Ответы, 5 класс

Задача 1. На числовой прямой отмечены точки с координатами 0, 2, 4, 24, 2000, 2024. Рассматривается множество длин отрезков с концами в этих точках. Перечислите все различные элементы этого множества в порядке возрастания. В ответе укажите число этих элементов.

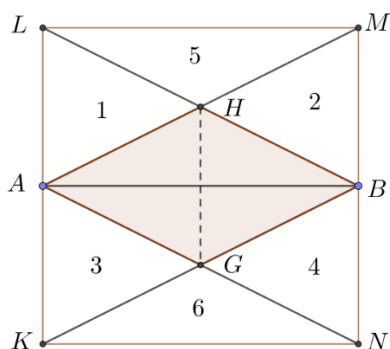
Ответ: 12.

Решение. Число отрезков с концами в этих точках – 15; различные элементы этого множества, упорядоченные в порядке возрастания: 2, 4, 20, 22, 24, 1976, 1996, 1998, 2000, 2020, 2022, 2024.

Задача 2. В квадрате KLMN точки A и B середины сторон KL и NM соответственно. Отрезки AM и BL пересекаются в точке H. Отрезки AN и BK пересекаются в точке G. Найдите площадь ромба ANBG, если длина стороны KL равна 8.

Ответ: 16.

Решение. Квадрат можно разрезать на кусочки и сложить ещё три таких же ромба: например из треугольников 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6. То есть площадь ромба составляет $\frac{1}{4}$ площади квадрата, которая равна 64.



Задача 3. Число $\frac{1}{2024}$ получено умножением трех дробей вида $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$. Причём только одно из натуральных чисел x, y, z является составным. Запишите все возможные наборы чисел x, y, z , при условии, что $1 < x < y < z$. В ответе укажите количество полученных наборов. (Напомним, что натуральное число называется составным, если оно имеет более двух делителей. Число 78 составное, потому что кроме 1 и 78 оно делится, например, ещё на 2).

Ответ: 3.

Решение. Заметим, что если $\frac{1}{2024} = \frac{1}{x} * \frac{1}{y} * \frac{1}{z}$, то $2024 = x * y * z$. Разложим 2024 на простые множители: $2024 = 2 * 2 * 2 * 11 * 23$. Из этих чисел можно получить такие составные: 4, 8, 22, 44, 46, 88, 92, 184, 253, 506, 1012 (не учитывая число 2024). Но так как для составного числа два других сомножителя должны быть различными и простыми числами, удовлетворяющими условию $x < y < z$, получаем три набора: (2; 11; 92), (2; 23; 44), (8; 11; 23).

Задача 4. На межпланетный шахматный турнир в Нью-Васюки прибыли инопланетяне, среди которых есть десятирукие, девятирукие и восьмирукие. Девятирукие всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Четыре инопланетянина должны были проводить сеанс одновременной игры. Судья спросил, сколько у них рук. Первый сказал: «Вместе у нас 33 руки», второй сказал: «Вместе у нас 34 руки», третий сказал: «Вместе у нас 35 рук», а четвертый сказал: «Вместе у нас 36 рук». Кто из них сказал правду и сколько у кого рук?

Ответ: правду сказал третий, у него 8 рук, у остальных 9, они лгут.

Решение. Так как среди ответов игроков нет одинаковых, то возможны два случая: либо все инопланетяне лгут, либо ровно один из них говорит правду. Если все лгут, то у каждого из них по 9 рук. Значит, тогда вместе у них 36 рук. Но тогда четвертый сказал правду — противоречие.

Если же трое солгали, а один сказал правду, то у солгавших инопланетян должно быть по 9 рук, а у сказавшего правду — либо 10, либо 8. Поэтому вместе у них либо 37, либо 35 рук, то есть правду сказал третий.

Задача 5. В вело-эстафете «Формула Победы» приняли участие четыре велосипедиста. Если бы первый на своем этапе ехал в 2 раза быстрее, то они потратили бы на 10% меньше времени. Если бы второй ехал в 2 раза быстрее, то они потратили бы на 9% меньше времени. Если бы третий ехал в 2 раза быстрее, то они потратили бы на 15% меньше времени. На сколько процентов они бы потратили меньше времени, если бы четвертый ехал в 2 раза быстрее?

Ответ: на 16 %.

Решение. Первый способ. Если бы каждый из четверых ехал на своем этапе в два раза быстрее, то они потратили бы времени в два раза меньше, то есть проехали бы быстрее на 50%. Значит, если бы четвертый ехал быстрее в два раза, то время уменьшилось бы на $50\% - 10\% - 9\% - 15\% = 16\%$.

Второй способ. Если бы первый велосипедист ехал в 2 раза быстрее, то его время уменьшилось бы в два раза, а время всех остальных осталось бы неизменным, тогда половина времени первого составляет 10 % общего времени. То есть полное время первого будет 20% от всего времени. Аналогично половина времени второго 9%, а полностью его время соответственно 18% от общего времени, для третьего получим, что его время составляет 30% от суммарного времени. Тогда время четвертого составит $100\% - (20\% + 18\% + 30\%) = 100\% - 68\% = 32\%$ от общего времени. Если он будет ехать в два раза быстрее, его время уменьшится в два раза, то есть уменьшит общее время на 16%.